

مراجعة لأهم المفاهيم الأساسية للمجموعات.

المجموعات الفرعية.

هم عبارة عن ثلاثية (A, B, C) حيث

A هي المجموعة الأصلية، B هي مجموعة عناصر المجموعة الأصلية، و C

بعض العناصر. أو نظر النظرية الأساسية للمجموعات، A

تحت مجموعة منتهية أو غير منتهية وفي المثالين سوف يوضح

ليسا ما يسمى بدول المجموعات والذي يتركز على كونه مجموعتين

وكلا مجموعتين تحت مجموعة وبالتالي يمكن حساب احتمال هذا الحدث

عند طريق المجموعة الثالثة p والتي تمثل الدالة الاحتمالية ولقد

تم تعريفها فيما بعد، مفضل إلى الاحتمالات والاحتمال بما في ذلك

الزوايا وتم التعرف على خصائص هذه الدالة والتأليف الواضح

المجموعات الاحتمالية الشرطية.

وما تم تعريف الطالب في تلك المرحلة على ما يسمى قاعدة الضرب في

المجموعات، وصيغة بايز وصيغة الاحتمال التام وتعرف أيضا

بصيغة بايز وقاعدة الضرب والنظريات المستقلة والمستقلة

مستقلة والمستقلة بالاحتمال وأيضا سوف تعرف على سياسة

المختبرات العشوائية.

المختبر العشوائي :

نقوم لبناء نظام احتمالي (A, B, C) عندنا بالقرعة المختبر العشوائي

والذي نتركز له بالرمز X يمثل دالة منطلقة A ومستقر على A

$$X: A \rightarrow R$$

$$w \rightarrow X(w)$$

من كل نتيجة لها صيغة ومن هذه الحالة يمكن إيجاد الشرط

$$X(w) \in A$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)$$

مبدأً في هذا الترتيب إذا كانا a و x متغيرين
في نصار احتاي (S, F, P) عند k من البعد
التالي سوف نرى هذا

1) $\{x, z\} \in E$

2) $\{x = x\} \in F$

7) 1 5 7 2 6

4) $\{x \in F \mid x^2 = 1\}$ is a subring of F .

5) $\{a, c, x, b\} \in F$

6) las $xcb^4 \in F$

$$21. \{a, c, x, b\} \in R$$

8) $\{a, b, c, d\} \in F$

$x, a, b \in \mathbb{R}$

الرضاعه الى الحثين عما يحدث الطلاق والوفاء والسبق

20

$$\{y, z, x\} \in \mathcal{R} - p \{x, y, z\} \in F$$

$$\{x, f(x)\} = \{x \in x\} \cup \{x = x\} \in F$$

$$\{a < x \leq b\} = \{x \leq b\} - \{x \leq a\} \in \mathcal{F}$$

وہابی لکھنا کہ اس سے پہلے اثبات ہے کہ مسمومیت سے مراد مسمومیت ہے

الدالة التوزيعية.

فرض X متغير عشوائي على الفضاء الاحتمالي (Ω, \mathcal{F}, P)

عندها بالتعريف الدالة التوزيعية للمتغير العشوائي X هي الدالة $F_X(x)$ تعطى بالعلاقة:

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} \quad x \in \mathbb{R}$$

أيضا الدالة التوزيعية لكل احتمال P على \mathcal{F} تعطى بالعلاقة:

لها مثل احتمال $0 \leq F_X(x) \leq 1$

والدالة التوزيعية التي تربطها هي دالة غير متناقصة

$$a, b \in \mathbb{R} : a < b \Rightarrow F_X(a) \leq F_X(b)$$

$$a < b \Rightarrow \{X \leq a\} \subset \{X \leq b\}$$

$$\Rightarrow P\{X \leq a\} \leq P\{X \leq b\}$$

$$F_X(a) \leq F_X(b)$$

$$3) \quad F_X(+\infty) = 1 \quad F_X(-\infty) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$$

$$F_X(+\infty) = P\{-\infty < X < +\infty\} = P(\Omega) = 1$$

لأنه يمثل احتمال حدث Ω .

$$F_X(-\infty) = P\{X < -\infty\} = P(\emptyset) = 0$$

لأنه يمثل احتمال حدث مستحيل.

الدالة التوزيعية التي تربطها هي دالة متزايدة مستمرة اليمين

وهي العكس من اليسار شلوا F_X عند تلك النقطة

$$F_X(x-0) = F_X(x)$$

لكن إذا عرفت الدالة التوزيعية بالعلاقة:

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} \quad x \in \mathbb{R}$$

من زهد الدالة فنحن نلاحظ اننا لا نملك الدالة التي
 ذكرناها بل اننا نملك الدالة مستمرة عند الجذر أي الحاجة من الجذر
 نحوي F عند x ونكتبه

$$F_0(x) = F(x)$$

• ملاحظة

إذا كانت الدالة التوزيعية متغيرة متوالية مستمرة عند احتمال
 يأخذ هذا التعبير أي قيمة حقيقية سوف يأخذ صفر أي

$$F_0(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad P\{X = x\} = 0$$

$$\{X = x\} = \{X \leq x\} - \{X < x\}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P\{X = x\} &= P\{X \leq x\} - P\{X < x\} \\ &= F_0(x) - F_0(x-0) \\ &= F_0(x) - F_0(x-1) = 0 \end{aligned}$$

• أنواع المتغيرات العشوائية

سوف ندرس نوعين من المتغيرات العشوائية

① المتغير العشوائي المنقطع

② المتغير العشوائي المستمر

• المتغير العشوائي المنقطع

يقول عن متغير متوالية X انه متغير عشوائي منقطع انه يأخذ
 المنقطع إذا كانت مجموعة القيم التي يأخذها هذا المتغير تمثل
 مجموعة منتهية للمجموعة الفاصلة للمجموعة التي يمكن منتهية
 عناصرها عناصر مجموعة الأعداد الطبيعية أو أي جزء منها
 لها بعد أو المجموعة الفاصلة للمجموعة منتهية أو غير منتهية

ونشكل آخر متساوي لـ X متغير عشوائي منتظم إذا كان متساويًا

نظراً لأنه ليس له أي خاصية على مجموعة قايمة للمعدس هو

المعادن $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ $P_0(x) = P\{X = x\}$

أي على توزيع احتمالي منتظمًا للتغير العشوائي المعطى إذا تحقق

1) $P(x) \geq 0 \quad \forall x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$

2) $\sum_{x_0, x_1} P(x) = 1$

نفسه لا متغير عشوائي بل ذلك ومن ذلك التوزيعات الاحتمالية مثال

$P_0(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad x = 0, 1, 2, \dots$

نريد أن نتحقق من أن X يجب أن يحقق الشرطين الحل

1) $P_0(x) \geq 0$ الشرط الأول محقق

2) $\sum_{x=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

$$\sum_{x=0}^{\infty} q^x = \frac{1}{1-q}$$

$$\sum_{x=0}^{\infty} q^x = \frac{1 - q^{x+1}}{1 - q}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

الشرط الثاني محقق

نفرض X متغير عشوائي N مثال

$P_0(x) = a; x = 0, 1, \dots, N$ عدد صحيح موجب

المطلوب: إيجاد قيمة a

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(x) = 1 \rightarrow \sum_{k=0}^N a_k = 1$$

$$\Rightarrow a \sum_{k=0}^N 1 = (N+1) a = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{N+1}$$

$$P_k(x) = \frac{1}{N+1} \quad \text{والمتوسط يقع له في الوسط}$$

• دالة التوزيع لمغير عشوائي منقطع

نعرف لدينا X متغير عشوائي منقطع. فنريد التوزيع الاحتمالي على شكل الدالة

$$P_k(x) = P\{X = x_k\} ; x_k \in x_1, x_2, \dots, x_N$$

عندئذ بالتعريف الدالة التوزيعية لهذا المتغير

$$F_k(x) = P\{X \leq x_k\} = \sum_{x_j \leq x_k} P_k(x_j)$$

$$= \sum_{k=1}^x P_k(x_k)$$

وهي الدالة التوزيعية لمغير عشوائي منقطع.

مثال: نعرف X متغير عشوائي له توزيع احتمالي:

$$P_k(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} ; x = 0, 1, 2, \dots$$

والطلب: إيجاد الدالة التوزيعية لهذا المتغير.

$$F_k(x) = P\{X \leq x_k\} = \sum_{k=0}^x \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^x \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$= \frac{1}{2} = \frac{1 - (\frac{1}{2})^{2+1}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - (\frac{1}{2})^{2+1}$$

$$\therefore x=0, 1, \dots$$

وعلى سبيل المثال إذا طلب منا

$$P\{x \leq 1\} = P\{x \leq 1\}$$

$$= F_x(1) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P\{x \leq 1\} = P(x=0) + P(x=1)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P\{2 \leq x \leq 3\} = P(x) = \frac{1}{16}$$

$$P\{2 \leq x \leq 3\} = F_x(3) - F_x(2)$$

$$= (1 - \frac{1}{16}) - (1 - \frac{1}{8})$$

$$= \frac{1}{16}$$

$$P\{x \geq 2\} = 1 - P\{x \leq 2\}$$

$$= 1 - F_x(2) = \frac{1}{16}$$

ملاحظة:

إذا كان لدينا التوزيع الاحتمالي للغير المنقطع وعلى أنه متقطع
توزيع الاحتمال يمكن توفيق الدالة التوزيعية له ومن أجل

جدول توزيع الاحتمال:

x	1	2	3	4	5
$P_0(x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

نجدد في التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير:

$$P(x \leq x_i) = F(x) = \begin{cases} P(x=1) = \frac{1}{5} & 1 \leq x < 2 \\ P(x=1) + P(x=2) = \frac{2}{5} & 2 \leq x < 3 \\ P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) = \frac{3}{5} & 3 \leq x < 4 \\ P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4) = \frac{4}{5} & 4 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

الاحتمال الكلي